

Groupe de travail :

Autour de la correspondance de Riemann-Hilbert

Novembre 2025

Mots-clés

équation différentielle linéaire, monodromie, système local, fibré à connexion, faisceau

Présentation

Historiquement, la correspondance de Riemann-Hilbert est apparue dans le cadre de l'étude du 21ème problème de Hilbert. Elle établit des liens entre la structure locale des solutions de systèmes différentiels linéaires à coefficients holomorphes sur $\mathbb{C}$ et les représentations de dimensions finies du groupe fondamental de l'ouvert sur lequel elles sont définies.

Au fil du temps, elle a connu de vastes généralisation et fait aujourd'hui référence à différents énoncés d'équivalences de catégories. Nous nous intéresserons à l'énoncé suivant :

Théorème. *Soit X une variété complexe lisse connexe. Les catégories suivantes sont équivalentes :*

- *les fibrés à connexion plate sur X*
- *les systèmes locaux complexes sur X*
- *les représentations complexes de dimension finie de $\pi_1(X)$*

La connexion de Gauss-Manin est un exemple de connexion issue de systèmes locaux. Elle permet (entre autres) d'étudier les variations de la cohomologie d'une famille de variétés ou de donner une version relative de la cohomologie de de Rham.

Concernant la progression, nous suivrons essentiellement le chapitre 1 de [\[EZS09\]](#).

Objectif(s)

On se donnera pour but une preuve de la correspondance de Riemann-Hilbert ainsi que l'étude du cas particulier de la connexion de Gauss-Manin. Une fois cela fait, plusieurs directions d'approfondissement pourront être envisagées :

- cas singuliers et connexions méromorphes régulières
- généralisation de la connexion de Gauss-Manin à la théorie des schémas
- développement autour des D-modules
- toute autre proposition raisonnable

Ces pistes ne relèvent pas d'un choix d'orientation définitif, chacun.e sera libre d'explorer ce qui lui semble intéressant.

Références

- [Del70] P. Deligne, *Équations différentielles à points singuliers réguliers*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 163, Springer-Verlag, 1970.
- [Voi02] C. Voisin, *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 76, Cambridge University Press, 2002.
- [EZS09] F. El Zein et J. Snoussi, *Local Systems and Constructible Sheaves*, Progress in Mathematics, vol. 283, Birkhäuser Verlag, 2009.
- [Sza09] T. Szamuely, *Galois groups and fundamental groups*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, vol. 117, Cambridge University Press, 2009.

Contacts

Tel : 06.51.26.83.39

@ : ugo.fialhoda@gmail.com