

PROPOSITION POUR UN GROUPE DE TRAVAIL : FAISCEAUX COHÉRENTS ET SUPER-CONNEXIONS

SHU SHEN (SHU.SHEN@IMJ-PRG.FR)

La géométrie moderne se situe souvent à l'interface entre plusieurs domaines. Dans ce groupe de travail, nous explorerons un bel exemple de dialogue entre la géométrie algébrique, la géométrie complexe et la géométrie différentielle. Plus précisément, le but est d'étudier les relations entre deux objets a priori très différents : les faisceaux cohérents en géométrie complexe/algébrique et la notion de super-connexion en géométrie différentielle.

Les faisceaux cohérents, introduits par Cartan, Serre et Oka entre les années 1930 et 1950, généralisent la notion de fibré vectoriel holomorphe. Ils constituent des objets fondamentaux en géométrie algébrique et en géométrie complexe. La super-connexion a été introduite par Quillen [Qui85] afin d'unifier les opérateurs de Dirac et la théorie des connexions. La super-connexion antiholomorphe, variante définie sur les variétés complexes, a été introduite par Block [Blo10]. Elle généralise elle aussi la notion de fibré vectoriel holomorphe.

Une observation fondamentale due à Block est l'existence d'une équivalence de catégories entre la catégorie dérivée des complexes dont la cohomologie est bornée et cohérente et la catégorie homotopique des super-connexions antiholomorphes. Ce résultat est démontré rigoureusement dans [BSW23, Chapitre 6].

Le groupe de travail pourrait être structuré de la manière suivante :

- (1) Les faisceaux cohérents [GR84, Annexe].
- (2) La catégorie dérivée [KS94, Chapitre 1].
- (3) La super-connexion antiholomorphe [BSW23, Chapitres 4 et 5].
- (4) Le théorème d'équivalence de Block [BSW23, Chapitre 6].

RÉFÉRENCES

- [Blo10] J. Block, *Duality and equivalence of module categories in noncommutative geometry*, A celebration of the mathematical legacy of Raoul Bott, CRM Proc. Lecture Notes, vol. 50, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2010, pp. 311–339. MR 2648899
- [BSW23] J.-M. Bismut, S. Shen, and Z. Wei, *Coherent Sheaves, Superconnections, and Riemann-Roch-Grothendieck*, Progress in Mathematics, vol. 347, Birkhäuser/Springer, Cham, 2023. MR 4696610
- [GR84] H. Grauert and R. Remmert, *Coherent analytic sheaves*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 265, Springer-Verlag, Berlin, 1984. MR 755331
- [KS94] M. Kashiwara and P. Schapira, *Sheaves on manifolds*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 292, Springer-Verlag, Berlin, 1994, With a chapter in French by Christian Houzel, Corrected reprint of the 1990 original. MR 1299726
- [Qui85] D. Quillen, *Superconnections and the Chern character*, Topology **24** (1985), no. 1, 89–95. MR 790678 (86m :58010)